

## АНАЛІЗ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ПІДСИЛЕНОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ ПРИ ВІЛЬНИХ ПОПЕРЕЧНИХ КОЛИВАННЯХ

П. В. Ясній, Ю. І. Пиндус, М. І. Гудь\*

ТНТУ; 46001, м. Тернопіль, вул. Руська, 56,  
e-mail: mishagud77@gmail.com

В роботі, базуючись на отриманих раніше результатах модального аналізу вільних поперечних коливань горизонтально орієнтованої циліндричної оболонки, яка підсилена зсередини стрингерами, виконано оцінку впливу частот і форм власних коливань на напружено-деформований стан для великого числа мод. Для визначення значень напружень при виникненні власних поперечних коливань застосовували метод скінченних елементів. Скінченноелементну модель тонкостінного підсиленого циліндра створювали в декартовій системі координат. Початок координат розміщений у центрі торця циліндра, у площині  $YZ$ . Побудову циліндра виконували вздовж осі  $X$ . Для побудови скінченно-елементної моделі оболонки використовували чотиривузловий елемент *SHELL181*, що характеризується шістьма ступенями свободи в кожному із вузлів. При скінченно-елементному моделюванні стрингерів використали лінійний двовузловий просторовий балковий елемент *BEAM 188* з шістьма ступенями свободи у кожному вузлі. Дані елементи придатні для лінійних, а також нелінійних задач з великими поворотами і (або) великими деформаціями. Геометричні параметри скінченноелементної моделі аналогічні I ступені ракети-носія, відповідно довжина циліндра – 6,3 м, діаметр – 1,8 м, товщина стінки – 0,0015 м. Для підсилення моделі використовували стрингери *ПР109-4* і *ПР109-12*, які розташовували на внутрішній поверхні оболонки симетрично та з постійним кроком, відповідно до реальної конструкції. Оболонці та стрингером надано фізико-механічні характеристики, притаманні матеріалу *Д16АТ*, зокрема модуль Юнга  $E = 7.2 \times 10^5$  МПа; коефіцієнт Пуассона  $\nu = 0,3$ ;  $\rho = 2,7 \cdot 10^4$  Н/м<sup>3</sup>. Досліджували характер зміни напружень при збільшенні частот власних коливань та визначали особливості розподілу. Визначали числові значення нормальних і дотичних напружень. Встановлено, що зі збільшенням частоти власних коливань відбувається зниження нормальних та дотичних напружень. Виявлено криволінійну характерність зміни напружень. Показано, що при другій формі коливань значення напружень внаслідок осесиметричності оболонки аналогічні першій формі. Обчислені значення дотичних напружень перевищують границю плинності матеріалу *Д16АТ*.

Ключові слова: тонкостінна оболонка, циліндрична оболонка, власні коливання, стрингери, напруження.

В работе, основываясь на полученных ранее результатах модального анализа свободных поперечных колебаний горизонтально ориентированной цилиндрической оболочки, усиленной изнутри стрингерами, выполнена оценка влияния частот и форм собственных колебаний на напряженно-деформированное состояние для большого числа мод. Для определения значений напряжений при возникновении собственных поперечных колебаний применяли метод конечных элементов. Конечно-элементную модель тонкостенного усиленного цилиндра создавали в декартовой системе координат. Начало координат располагали в центре торца цилиндра, в плоскости  $YZ$ . Построение цилиндра выполняли вдоль оси  $X$ . Для построения конечно-элементной модели оболочки использовали четырехузловой элемент *SHELL181*, характеризующийся шестью степенями свободы в каждом из узлов. При конечно-элементном моделировании стрингеров использовали линейный двухузловой пространственный балочный элемент *BEAM 188* с шестью степенями свободы в каждом узле. Данные элементы пригодны для линейных, а также нелинейных задач с большими поворотами и (или) большими деформациями. Геометрические параметры конечно-элементной модели аналогичны I степени ракеты-носителя, соответственно длина цилиндра – 6,3 м, диаметр – 1,8 м, толщина стенки – 0,0015 м. Для усиления модели использовали стрингеры *ПР109-4* и *ПР109-12*, которые располагали на внутренней поверхности оболочки симметрично и с постоянным шагом, в соответствии с реальной конструкцией. Оболочке и стрингером придавали физико-механические характеристики, присущие материалу *Д16АТ*, в частности модуль Юнга  $E = 7.2 \times 10^5$  МПа; коэффициент Пуассона  $\nu = 0,3$ ;  $\rho = 2,7 \cdot 10^4$  Н/м<sup>3</sup>. Исследовали характер изменения напряжений при увеличении частот собственных колебаний и определяли особенности распределения. Определяли численные значения нормальных и касательных напряжений. Установлено, что с увеличением частоты собственных колебаний происходит снижение нормальных и касательных напряжений. Выявлена криволинейная характерность изменения напряжений. Показано, что при второй форме колебаний численные значения напряжений в результате осесимметричности оболочки

аналогичны первой форме. Вычисленные значения касательных напряжений превышают предел текучести материала Д16АТ.

Ключевые слова: тонкостенная оболочка, цилиндрическая оболочка, собственные колебания, стрингеры, напряжение.

*In this paper, based on the previously obtained results of modal analysis of free transverse oscillations of a horizontally oriented cylindrical shell, which is reinforced from the middle by stringers, the influence of frequencies and shapes of natural oscillations on the stress-strain state for a large number of modes is estimated. The finite element method was used to determine the stress values in the event of natural transverse oscillations. A finite element model of a thin-walled reinforced cylinder was created in the Cartesian coordinate system. The origin is located in the center of the cylinder end, in the YZ plane. The construction of the cylinder was performed along the X axis. To build a finite-element model of the shell, a four-node element SHELL181 was used, which is characterized by six degrees of freedom in each of the nodes. In the finite-element modeling of stringers, a linear two-node spatial beam element BEAM 188 was used, with six degrees of freedom in each node. These elements are suitable for linear as well as nonlinear problems with large turns and (or) large deformations. The geometrical parameters of the finite element model are similar to the first stage of the launch vehicle, respectively, the length of the cylinder is 6.3 m, diameter 1.8 m, wall thickness 0.0015 m. shells symmetrically and with a constant step, according to the actual design. The shell and stringers are given physical and mechanical characteristics characteristic of the D16AT material, in particular the Young's modulus  $E = 7.2 \times 10^5$  MPa; Poisson's ratio  $\nu = 0,3$ ;  $\rho = 2,7 \cdot 10^4$  H/m<sup>3</sup>. The nature of voltage changes with increasing natural frequency oscillations was investigated and the peculiarities of the distribution were determined. Numerical values of normal and tangential stresses were determined. It is established that with the increase of the frequency of natural oscillations there is a decrease of normal and tangential stresses. The curvilinear characteristic of stress change is revealed. It is shown that in the second form of oscillations the numerical values of stresses, due to the axisymmetry of the shell, are similar to the first form. The calculated values of tangential stresses exceed the yield strength of the material D16AT.*

Keywords: thin-walled shell, cylindrical shell, natural oscillations, stringers, stresses.

### Постановка проблеми

Циліндричні оболонки широко застосовуються у різноманітних сферах промисловості. Так, зокрема, в аерокосмічній галузі циліндричні підсилені оболонки використовуються у ракетобудуванні як базовий конструктивний елемент при виготовленні обтікачів ракет-носіїв. Роль підсилюючих елементів виконують розміщені всередині оболонки стрингери та шпангоути. За звичних експлуатаційних умов обтікачі сприймають навантаження від оточуючого газового потоку, динамічного впливу двигунів. Однак, при транспортуванні до місця старту на обтікачі діє сукупність різноманітних навантажень. Зокрема, при транспортуванні авіаційним транспортом внаслідок турбулентності повітря та вертикальних прискорень обтікачі можуть здійснювати як вільні, так і вимушені коливання. Аналіз напружено-деформованого стану підсилених циліндричних оболонок при вільних коливаннях має важливе значення для розв'язання задач втомної міцності підсилених циліндричних оболонок при транспортуванні, зокрема авіаційним транспортом.

### Аналіз відомих результатів досліджень

Дослідженням динаміки оболонкових елементів ракет-носіїв та підсилених оболонкових елементів присвячені праці [1-4], наближені методи розрахунку підсилених оболонок наведені у роботі [5]. Розрахункам підсилених обо-

лонок методом скінченних елементів присвячені праці [6, 7]. Сучасні наукові праці [8-10] свідчать, що однією із найрезультативніших технологій для вирішення завдань оцінки напружено-деформованого стану циліндричних оболонок є використання програмного комплексу зі скінченно елементним моделюванням задач міцності ANSYS. Зазначені праці стосуються досліджень окремо взятих елементів конструкції ракети-носія і загальних умов експлуатації. Специфіка експлуатації та транспортування елементів конструкції ракет-носіїв вимагає оцінки напружено-деформованого стану, відповідно, їх міцності та втомної довговічності у кожному окремому випадку.

**Метою роботи** є оцінка впливу частоти та форми власних поперечних коливань на напружено-деформований стан підсилених циліндричних оболонок. Вказана мета визначається необхідністю оцінки втомної міцності підсиленних циліндричних оболонок при транспортуванні авіаційними суднами.

### Постановка задачі

З використанням методу скінченних елементів (МСЕ) дослідити вплив частоти і форми власних поперечних лінійних коливань на розподіл і числові значення напружень в тонкостінній підсиленій циліндричній оболонці.

### Моделювання підсиленої тонкостінної оболонки

Чисельне моделювання здійснювали із використанням програмного комплексу ANSYS APDL, який базується на застосуванні методу скінченних елементів (МСЕ). Для визначення частот і форм (мод) власних коливань конструкції використовували модальний аналіз [11].

Скінченноелементну модель тонкостінного підсиленого циліндра створювали в декартовій системі координат. Початок координат розміщували у центрі торця циліндра (рис. 1), у площині YZ. Циліндр будували вздовж осі X.

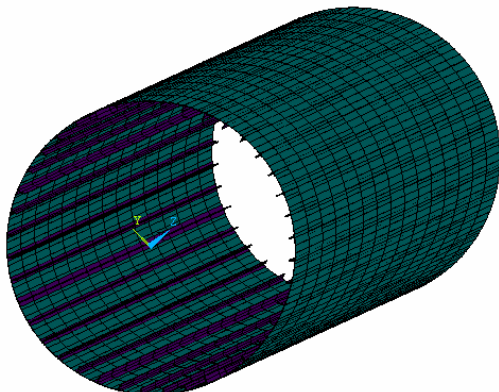


Рисунок 1 – Скінченноелементна модель тонкостінного циліндра, підсиленого стрингерами

Геометричні параметри скінченноелементної моделі аналогічні I ступені ракети-носія, відповідно довжина циліндра – 6,3 м, діаметр – 1,8 м, товщина стінки – 0,0015 м. Модель підсилювали стрингерами ПР109-4 (рис. 2 а) і ПР109-12 (рис. 2 б), які розташовували на внутрішній поверхні оболонки (рис. 3) симетрично та з постійним кроком, відповідно до реальної конструкції.

При моделюванні оболонки та стрингерів застосовували матеріал Д16АТ із такими механічними властивостями: модуль Юнга  $E = 7.2 \times 10^5$  МПа; коефіцієнт Пуассона  $\nu = 0,3$ ;  $\rho = 2,7 \cdot 10^4$  Н/м<sup>3</sup>. Гравітаційне прискорення приймали рівним  $g = 9,8$  м/с<sup>2</sup>.

При створенні скінченноелементної моделі тонкостінного циліндра використовували елемент SHELL181 (рис. 4. а), який застосовується для розрахунку оболонкових конструкцій з малою або помірною товщиною. Елемент характеризується шістьма ступенями свободи в кожному із чотирьох вузлів: переміщення у напрямку осей X, Y і Z і повороти навколо осей X, Y і Z. Елемент може застосовуватись у лінійних і нелінійних задачах.

Стрингери моделювали, використовуючи лінійний двовузловий просторовий балковий

елемент BEAM 188 (рис. 4. б) з шістьма ступенями свободи у кожному вузлі: переміщення у напрямку осей X, Y і Z і повороти навколо вказаних осей. Даний елемент придатний для лінійних, а також нелінійних задач з великими поворотами і (або) великими деформаціями.

На підсилену стрингерами оболонку накладали граничні умови шляхом обмеження переміщень крайніх торцевих вузлів, що відповідають розрахунковій схемі шарнірно обпертої балки на двох опорах.

### Результати досліджень

Базуючись на результатах модального аналізу [12], проведеного з використанням блокового методу Ланцоша, призначеного для пошуку значного числа мод (більше 40) для великих моделей, визначено розподіл та числові значення напружень.

Число шуканих "експандованих" мод визначалось потребами задачі (у нашому випадку – 100). Деформації конструкції під дією власної ваги враховували шляхом попереднього статичного розрахунку.

За результатами проведених обчислень напружень підсиленої циліндричної оболонки за першою модою (табл. 1) при частоті власних коливань 14,2 Гц помітно, що основні екстремуми напружень зосереджені вздовж поперечних осей оболонки.

Таблиця 1 – Максимальні значення напружень в тонкостінній підсиленій циліндричній оболонці при коливаннях з частотою в 14,2 Гц за I модою

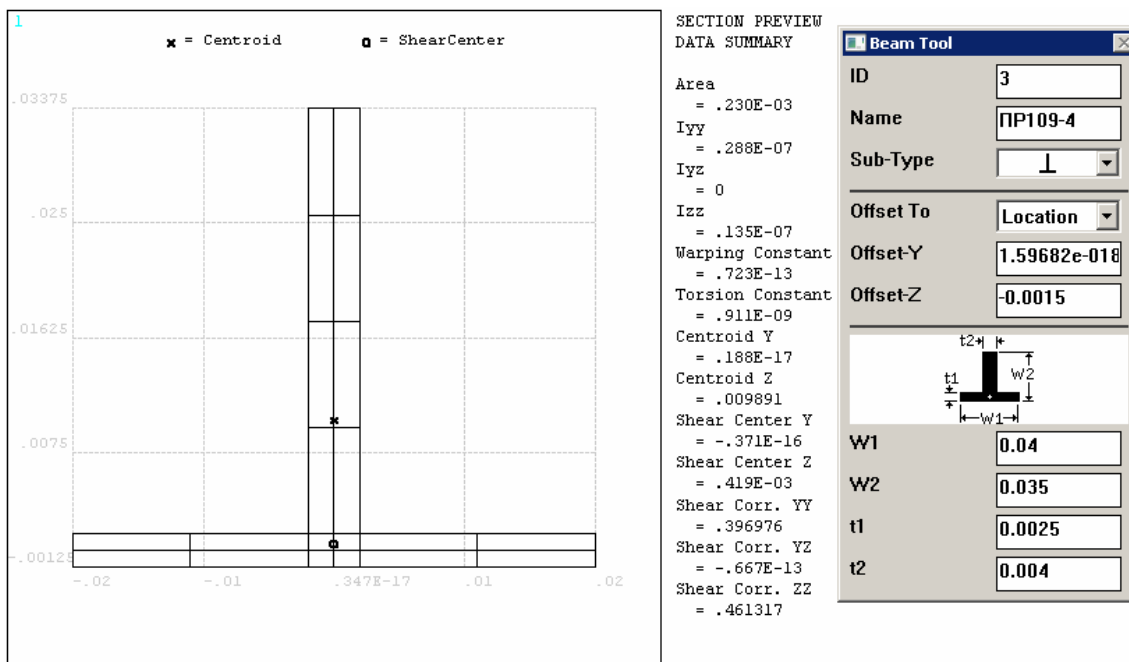
| Напруження  | Значення, МПа |
|-------------|---------------|
| $\sigma_x$  | 194,2         |
| $\sigma_y$  | 337,8         |
| $\sigma_z$  | 333,1         |
| $\tau_{xy}$ | 396,4         |
| $\tau_{yz}$ | 136,4         |
| $\tau_{xz}$ | 62,7          |

Розподіл нормальних напружень вздовж осей X, Y, Z наведено на (рис. 5-7).

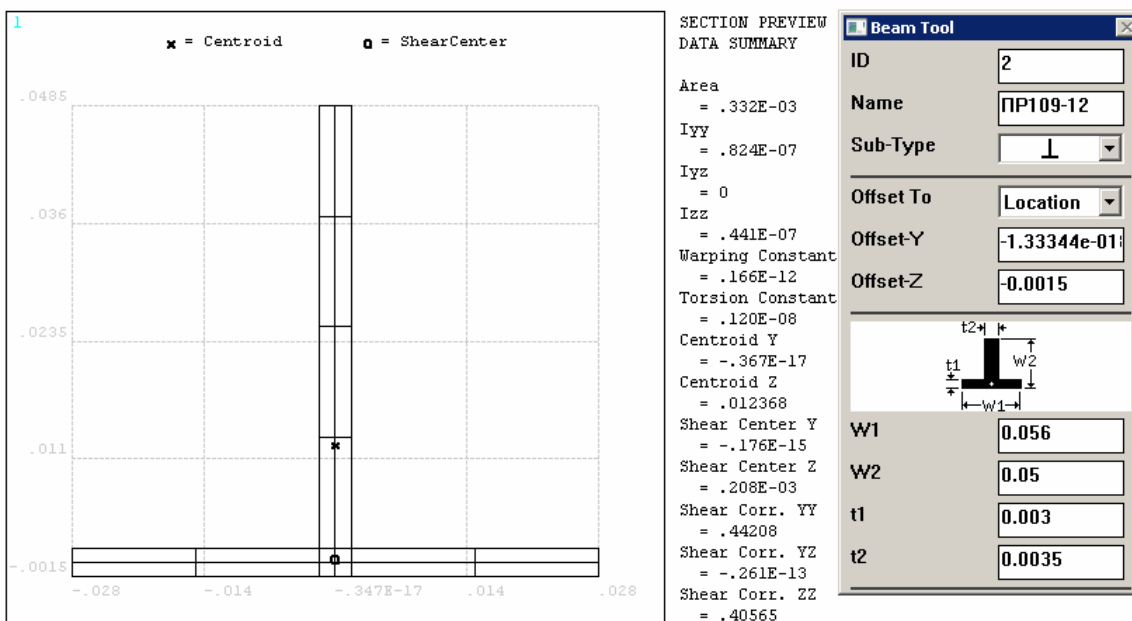
Як помітно з рис. 5-7, максимальні нормальні напруження знаходяться на вершинах поперечних та поздовжніх хвиль.

Місцями концентрації дотичних напружень, окрім вершин хвиль, є приопорні ділянки оболонки (рис. 8-10).

Результати оцінки впливу частоти власних коливань підсиленого циліндра на величину нормальних  $\sigma_y$  та дотичних напружень  $\tau_{xy}$  подано на рисунках 11 та 12 відповідно. Зазначені види



а)



б)

Рисунок 2 – Форма поперечного перерізу та геометричні параметри стрингерів ПР109-4 (а) і ПР109-12 (б)

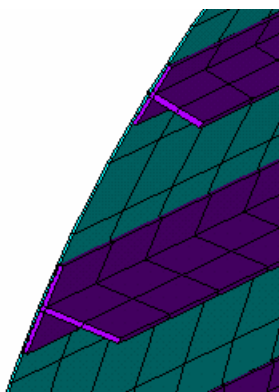
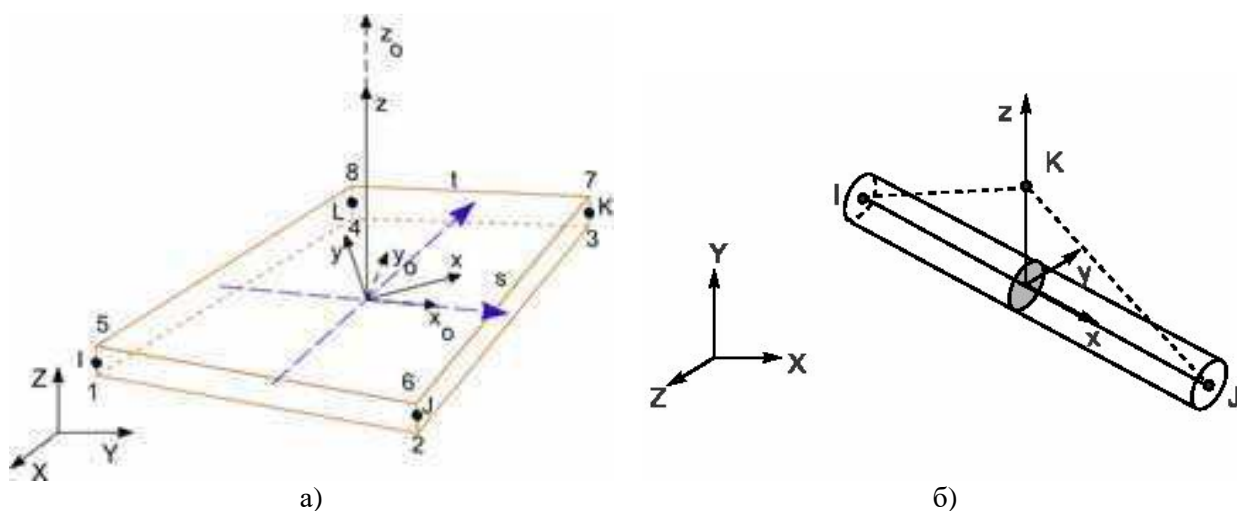


Рисунок 3 – Форма та розміщення



a – SHELL181; б – BEAM 188

Рисунок 4 – Типи елементів для створення моделі тонкостінного циліндра

напружень наведені з огляду на їх максимальне значення. В обох випадках характер зміни напружень майже обернено-пропорційний до частоти власних коливань підсиленої циліндричної оболонки. Проте, на відміну від величини нормальних напружень  $\sigma_y$ , значення дотичних напружень  $\tau_{xy}$  перевищують границю плинності матеріалу Д16АТ.

У випадку з другою формою коливань, спостерігається аналогічне чисельне значення нормальних напружень  $\sigma_y$  (рис. 12).

Симетричний ефект спостерігається для другої форми коливань при виникненні дотичних напружень  $\tau_{xy}$  (рис. 12).

### Висновки

Чисельним методом при вертикальних прискореннях  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$  досліджено вплив частот і форм власних лінійних коливань на напружено деформований стан тонкостінної циліндричної оболонки.

Виявлено:

Внаслідок осесиметричності скінченно-елементної моделі, підсиленої тонкостінної оболонки, чисельні значення нормальних та дотичних напружень при другій формі коливань збігаються.

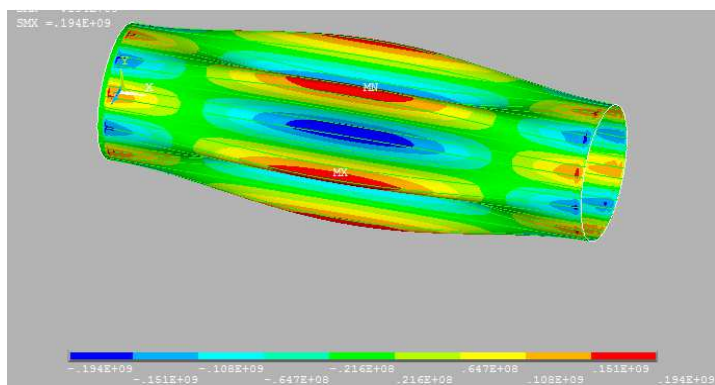
Криволінійний характер зміни нормальних  $\sigma_y$  та дотичних напружень  $\tau_{xy}$ .

Значення нормальних та дотичних напружень знижуються із підвищенням частоти власних поперечних коливань підсиленої циліндричної оболонки.

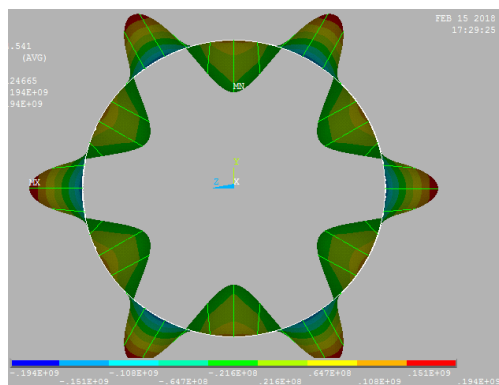
Визначені значення дотичних напружень  $\tau_{xy}$  перевищують границю плинності матеріалу Д16АТ, на відміну від величини нормальних напружень  $\sigma_y$ .

### Література

1. Прочность ракетных конструкций / В. И. Моссаковский, А. Г. Макаренко, П. И. Никитин, Ю. И. Савин, И. Н. Спиридонов. М.: Высшая школа, 1990. 358 с.
2. Амиро И. Я., Заруцкий В. А. Теория ребристых оболочек. К.: Наукова думка, 1980. 367 с.
3. Устойчивость ребристых оболочек вращения / И. Я. Амиро, О. А. Грачев, В. А. Заруцкий, А. С. Пальчевский, Ю. А. Санников. К.: Наукова думка, 1987. 180 с.
4. Андрианов И. В., Лесничая В. А., Лобода В. В., Маневич Л. И. Расчет прочности ребристых оболочек инженерных конструкций. Киев-Донецк: Вища школа, 1986. 167 с.
5. Лизин В. Т., Пяткин В. А. Проектирование тонкостенных конструкций. М.: Машиностроение, 1994. 247 с.
6. Расчеты машиностроительных конструкций методом конечных элементов: Справочник / Под общей редакцией В.И. Мяченкова. М.: Машиностроение, 1989. 456 с.
7. Кармишин А.В. Лясковец В. А., Мяченков В. И., Фролов А. Н. Статика и динамика тонкостенных оболочечных конструкций. М.: Машиностроение, 1975. 280 с.
8. Чернобрышко М. В. Аврамов К. В., Романенко В. Н., Кочуров Р. Е., Батутина Т. Я. Собственные колебания параболических обтекателей ракет-носителей. *Механіка та машинобудування*. 2013. № 1. С. 38 – 47.



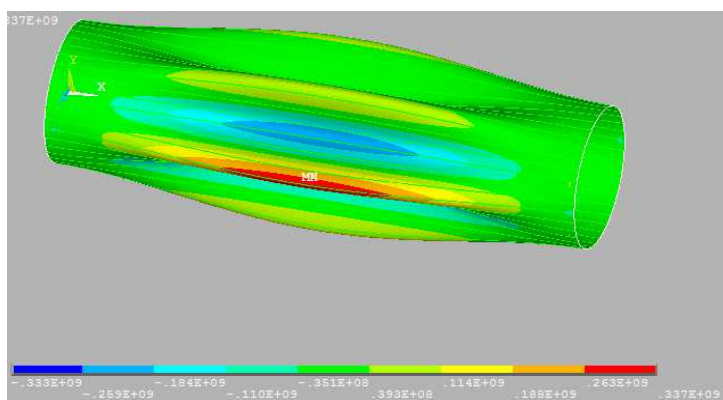
а)



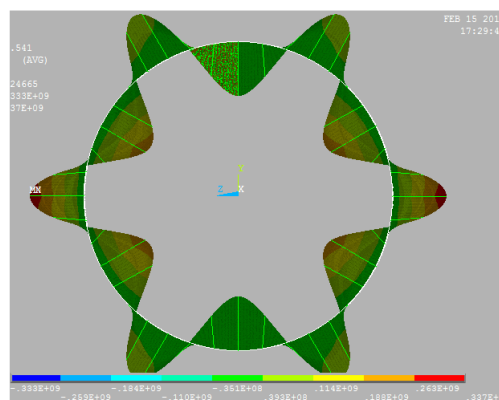
б)

а) вигляд збоку б) поперечний переріз оболонки

Рисунок 5 – Розподіл нормальних напружень вздовж осі X



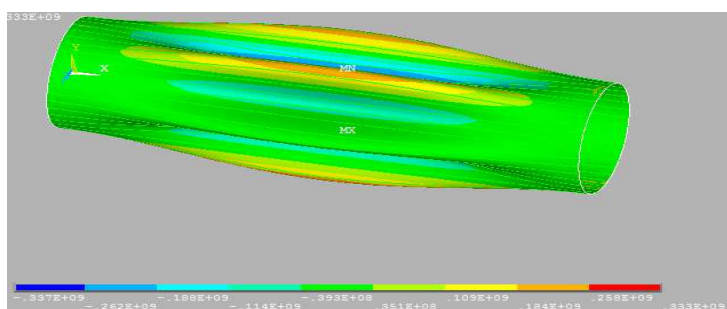
а)



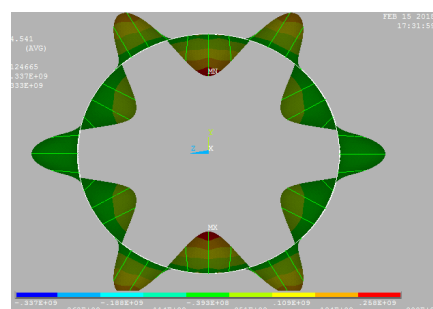
б)

а) вигляд збоку б) поперечний переріз оболонки

Рисунок 6 – Розподіл нормальних напружень вздовж осі Y



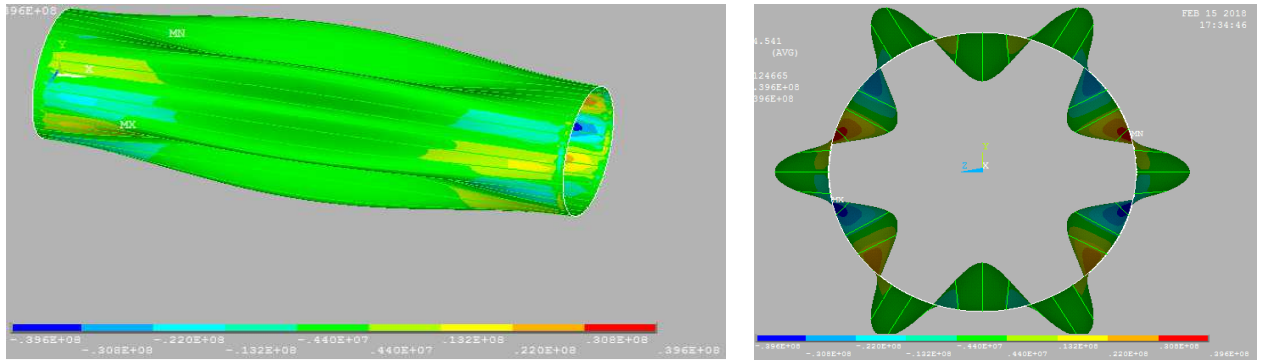
а)



б)

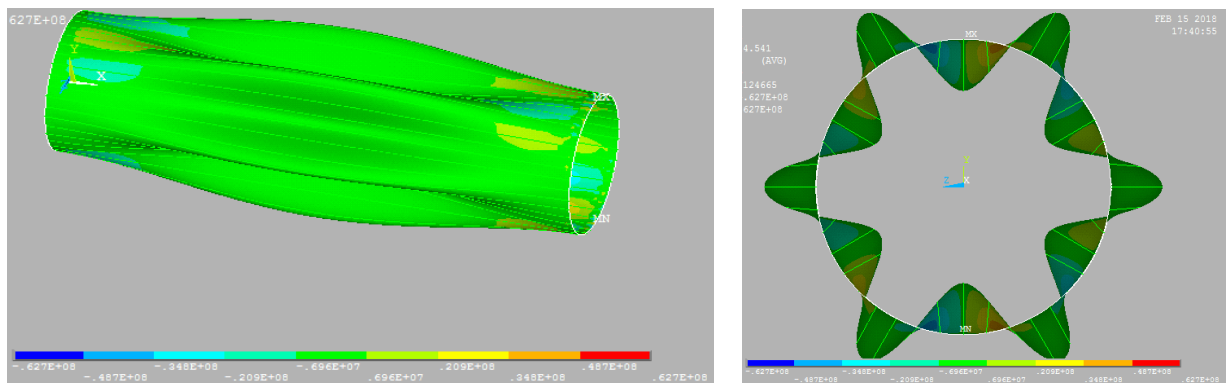
а) вигляд збоку б) поперечний переріз оболонки

Рисунок 7 – Розподіл нормальних напружень вздовж осі Z



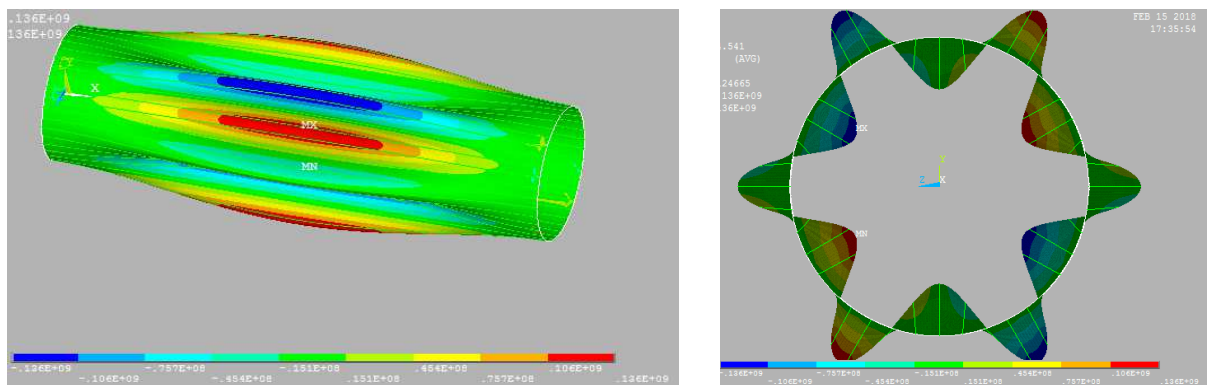
а) вигляд збоку б) поперечний переріз оболонки

Рисунок 8 – Розподіл дотичних напружень  $\tau_{xy}$



а) вигляд збоку б) поперечний переріз оболонки

Рисунок 9 – Розподіл дотичних напружень  $\tau_{xz}$



а) вигляд збоку б) поперечний переріз оболонки

Рисунок 10 – Розподіл дотичних напружень  $\tau_{yz}$

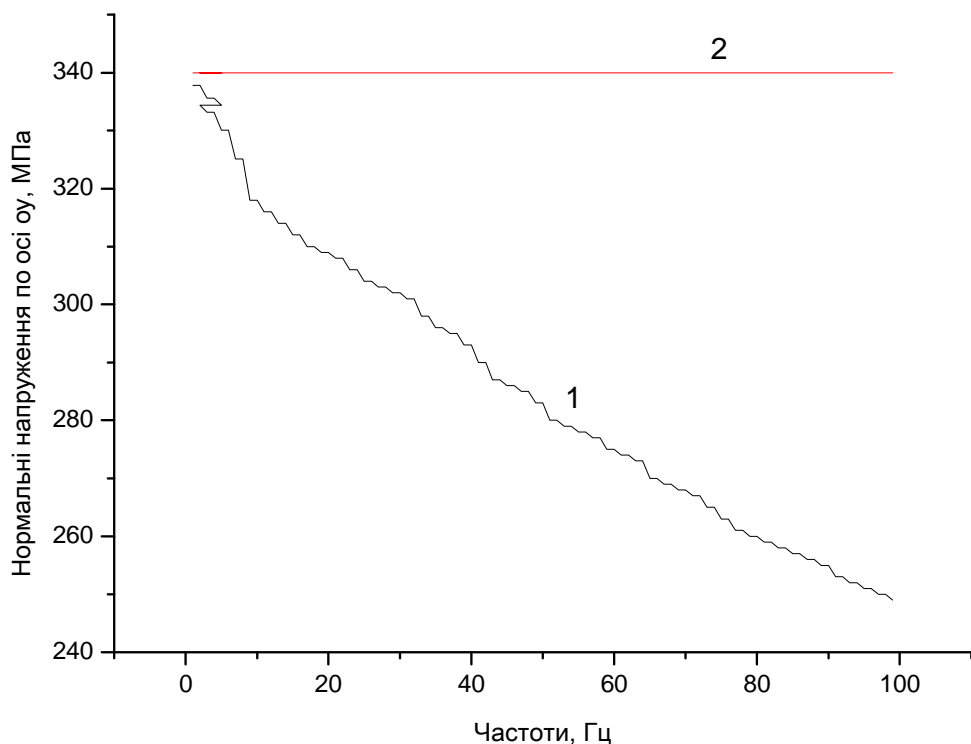


Рисунок 11 – Залежність величини нормальних напружень  $\sigma_y$  (1) від власних частот коливання підсиленої циліндричної оболонки при вертикальних прискореннях  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ .  
2 – границя плинності  $\sigma_T$

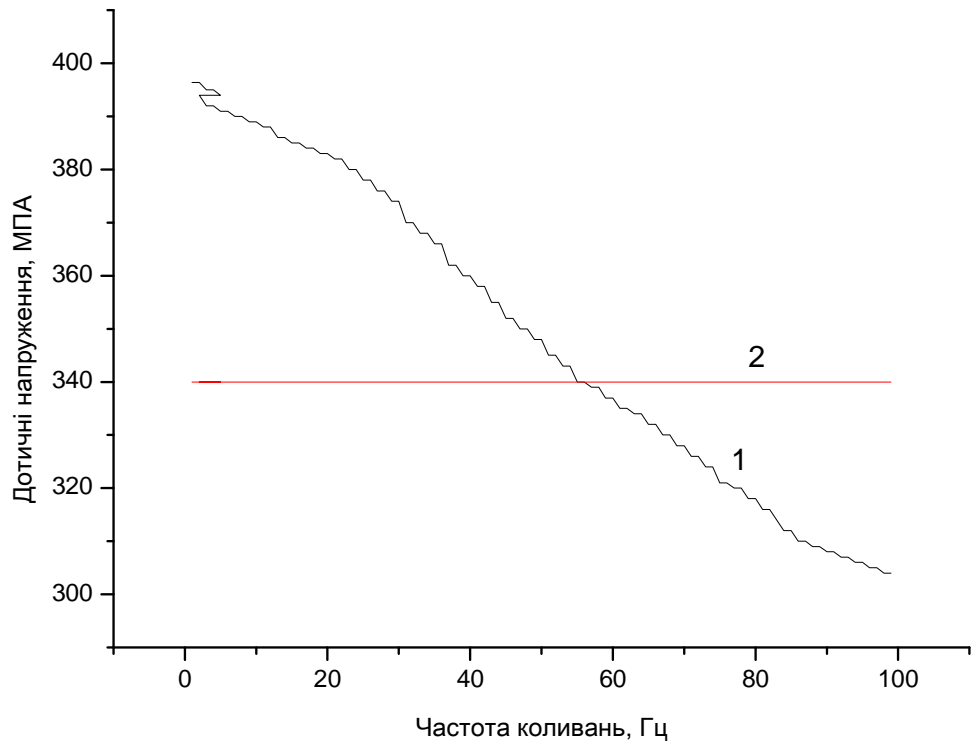


Рисунок 12 – Залежність величини дотичних напружень  $\tau_{xy}$  (1) від власних частот коливання підсиленої циліндричної оболонки при вертикальних прискореннях  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ .  
2 – границя плинності

9. Казаченко А. Л., Аврамов К. В., Чернобрывко М. В., Батутина Т. Я. Численный подход к расчету динамической неустойчивости параболических обтекателей ракетносителей. *Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов*. 2014. Вып. 4. С. 44-54. URL: [http://nbuv.gov.ua/UJRN/Pptvk\\_2014\\_4\\_6](http://nbuv.gov.ua/UJRN/Pptvk_2014_4_6)

10. Аврамов К. В., Жолос О. В. Свободные колебания оребренных тонкостенных цилиндрических обтекателей ракетносителей. *Вісник НТУ "ХПИ"*. 2015. № 55. С. 13-15.

11. Леонтьев Н.В. Применение системы ANSYS к решению задач модального и гармонического анализа. Нижний Новгород. 2006. 101 с.

12. Ясній П. В. Пиндус Ю. І., Гудь М. І. Аналіз частот і форм власних коливань підсиленних циліндричних оболонок. *Вісник Тернопільського національного технічного університету*. 2016. № 3. С. 7-15.

9. Kazachenko A. L., Avramov K. V., Chernobryivko M. V., Batutina T. Ya. Chislennyiy podhod k raschetu dinamicheskoy neustoychivosti parabolicheskikh obtekateley raketonositeley. *Voprosyi proektirovaniya i proizvodstva konstruktsiy letatelnykh apparatov*. 2014. Vol. 4. P. 44-54. URL: [http://nbuv.gov.ua/UJRN/Pptvk\\_2014\\_4\\_6](http://nbuv.gov.ua/UJRN/Pptvk_2014_4_6)[in Russian]

10. Avramov K. V., Zholos O. V. Svobodnyie kolebaniya orebrennykh tonkostennykh tsilindricheskikh obtekateley raketonositeley. *Visnik NTU "HPI"*. 2015. No. 55. P. 13-15. [in Russian]

11. Leontev N.V. Primenenie sistemy ANSYS k resheniyu zadach modalnogo i garmonicheskogo analiza. Nizhniy Novgorod. 2006. 101 p. [in Russian]

12. Iasnii P. V. Pyndus Yu. I., Hud M. I. Analiz chastot i form vlasnykh kolyvan pidsylenykh tsylindrychnykh obolonok. *Visnyk Ternopilskoho natsionalnoho tekhnichnoho universytetu*. 2016. № 3. P. 7-15. [in Ukrainian]

### References

1. Prochnost raketnykh konstruktsiy / V. I. Mossakovskiy, A. G. Makarenkov, P.I. Nikitin, Yu. I. Savin, I. N. Spiridonov. M.: Vysshaya shkola, 1990. 358 p. [in Russian]

2. Amiro I. Ya., Zarutskiy V. A.. Teoriya rebristykh obolochek. K.: Naukova dumka, 1980. 367 p. [in Russian]

3. Ustoychivost rebristykh obolochek vrascheniya / I. Ya. Amiro, O. A. Grachev, V. A. Zarutskiy, A. S. Palchevskiy, Yu. A. Sannikov. K.: Naukova dumka, 1987, 180 p. [in Russian]

4. Andrianov I.V., Lesnichaya V. A., Loboda V. V., Manevich L. I. Raschet prochnosti rebristykh obolochek inzhenernykh konstruktsiy. Kiev-Donetsk: Vischa shkola, 1986. 167 p. [in Russian]

5. Lizin V. T., Pyatkin V. A. Proektirovanie tonkostennykh konstruktsiy. M.: Mashinostroenie, 1994. 247 p. [in Russian]

6. Raschety mashinostroitelnykh konstruktsiy metodom konechnykh elementov: Spravochnik / Pod obschey redaktsiyey V.I. Myachenkova. M.: Mashinostroenie, 1989. 456 p. [in Russian]

7. Karmishin A.V. Lyaskovets V. A., Myachenkov V. I., Frolov A. N. Statika i dinamika tonkostennykh oblochechnykh konstruktsiy. M.: Mashinostroenie, 1975. 280 p. [in Russian]

8. Chernobryivko M.V. Avramov K.V., Romanenko V.N., Kochurov R.E., Batutina T.Ya. Sobstvennyie kolebaniya parabolicheskikh obtekateley raket-nositeley. *Mehanika ta mashinobuduvannya*. 2013. No 1. P. 38 – 47. [in Russian]